

华南理工大学
2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(试卷上做答无效, 请在答题纸上做答, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 量子力学

适用专业: 理论物理; 凝聚态物理

共 页

(本试卷共 5 大题, 每题 30 分, 总分 150 分)

1. (1) 简答: 如果一个微观粒子的速率增加, 则它的德布罗意波长将增大还是减小?

(2) 单项选择: 当单色光垂直照射金属表面产生光电效应时, 已知此金属的逸出电势为 U_0 , 则这种单色光的波长 λ 一定要满足的条件是

A. $\lambda \leq \frac{hc}{eU_0}$; B. $\lambda \geq \frac{hc}{eU_0}$; C. $\lambda \geq \frac{eU_0}{hc}$; D. $\lambda \leq \frac{eU_0}{hc}$.

(3) 单项选择: 下列波函数所描写的状态哪个是定态?

A. $\psi_1(x,t) = u(x)e^{ix - \frac{iE}{\hbar}t} + u(x)e^{-ix - \frac{iE}{\hbar}t}$;

B. $\psi_2(x,t) = u(x)e^{\frac{iE_1}{\hbar}t} + u(x)e^{\frac{iE_2}{\hbar}t}$;

C. $\psi_3(x,t) = u(x)e^{\frac{iE}{\hbar}t} + u(x)e^{\frac{iE}{\hbar}t}$;

D. $\psi_4(x,t) = u(x)e^{\frac{iE_1}{\hbar}t} + u(x)e^{\frac{iE_2}{\hbar}t}$.

(4) 单项选择: 泡利不相容原理指的是

- A. 自旋为整数的粒子不能处于同一态中;
- B. 自旋为整数的粒子处于同一态中;
- C. 自旋为半整数的粒子能处于同一态中;
- D. 自旋为半整数的粒子不能处于同一态中。

2. 求出如下势垒的透射系数, 按 $E < V_0$ 和 $E = V_0$ 两种情况分开处理。

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & -a \leq x \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases} \quad (V_0 > 0)$$

3. (a) 求出自旋角动量 S_y 的本征值和本征矢。

(b) 如果对一个一般态 $\chi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 测量 S_y , 可能得到什么值? 每一个值的概率大小是多少? 注意: a 和 b 不一定是实数!

4. 粒子在无限深势阱 ($-a < x < a$) 中运动, 取试探波函数为

$$\psi(x) = \begin{cases} A(a^2 - x^2)(a^2 - \lambda x^2) & |x| < a \\ 0 & |x| \geq a \end{cases}$$

其中 λ 为变分参数, 试求基态能级近似值。

5. 考虑由正交归一基 $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ 张成的三维矢量空间。右矢 $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$ 由下式给出

$$|\alpha\rangle = i|1\rangle - 2|2\rangle - i|3\rangle, \quad |\beta\rangle = i|1\rangle + 2|3\rangle$$

(a) 给出 $\langle\alpha|$ 和 $\langle\beta|$ (以对偶基 $\langle 1|, \langle 2|, \langle 3|$ 表示的)。

(b) 求出 $\langle\alpha|\beta\rangle$ 和 $\langle\beta|\alpha\rangle$ 并证实 $\langle\beta|\alpha\rangle = \langle\alpha|\beta\rangle^*$ 。

(c) 在这个基中, 求出算符 $\hat{A} \equiv |\alpha\rangle\langle\beta|$ 里的 9 个矩阵元, 并写出矩阵 \mathbf{A} , 它是厄米矩阵吗?